

# Um método Lagrangiano-Euleriano para aproximação de leis de balanço e de leis de conservação hiperbólica

Eduardo Abreu\*

\*Departamento de Matemática Aplicada, IMECC,  
UNICAMP

## Resumo

Neste trabalho é proposto o uso de uma formulação espaço-tempo Lagrangiana-Euleriana localmente conservativa por construção, introduzida originalmente na literatura no contexto de equações parabólicas de convecção-difusão [1, 2], para o desenvolvimento de um novo esquema conservativo local e sua aplicação em problemas na forma de leis de balanço [4, 5] e de leis de conservação hiperbólica [4, 5, 3]. O esquema Lagrangiano-Euleriano em questão foi desenhado para ser independente de uma estrutura particular do termo fonte relacionado com o termo de relaxação dos modelos de leis de balanço [7]. O método proposto também não dependente da resolução local de problemas de Riemann, porém se tais soluções de Riemann estão disponíveis para um determinado modelo em particular então é algo natural incorporar tais informações no algoritmo, proporcionando assim flexibilidade para o desenvolvimento de distintas estratégias computacionais com respeito ao modelo diferencial específico sob investigação. Experimentos numéricos representativos para problemas não-lineares de leis de conservação hiperbólica e de leis balanço, nos casos escalar e sistema, em uma e em duas dimensões espaciais, citados na literatura [7, 6] serão apresentados para ilustrar o desempenho do novo método. Os resultados numéricos obtidos são comparados com soluções aproximadas precisas ou com soluções exatas sempre que possível.

## Referências

- [1] J. Douglas, F. Pereira and L-MYeh, *A locally conservative Eulerian-Lagrangian numerical method and its application to nonlinear transport in porous media*, Comput. Geosciences 4(1) (2000) 1-40.

- [2] J. Douglas Jr. and C-S Huang, *A Locally Conservative Eulerian-Lagrangian Finite Difference Method for a Parabolic Equation*, BIT Numerical Mathematics 41(3) (2001) 480-489.
- [3] J. Aquino, A. S. Francisco, F. Pereira and H. P. Amaral Souto, *An overview of Eulerian-Lagrangian schemes applied to radionuclide transport in unsaturated porous media*, Progress in Nuclear Energy 50 (2008) 774-787.
- [4] E. Abreu and J. Perez, *Design of a well balanced Lagrangian approximation scheme for balance laws, poster*, 29<sup>o</sup> Colóquio Brasileiro de Matemática do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, Brazil (2013).
- [5] E. Abreu and J. Perez, *Lagrangian Approximation Schemes for Balance Laws, poster*, VII Encontro Nacional de Matemática e Aplicações (VII ENAMA) / UNIRIO - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil (2013).
- [6] I. Christov and B. Popov, *New non-oscillatory central schemes on unstructured triangulations for hyperbolic systems of conservation laws*, Journal of Computational Physics 227 (2008) 5736-5757.
- [7] L. Gosse, *Computing Qualitatively Correct Approximations of Balance Laws Exponential-Fit, Well-Balanced and Asymptotic-Preserving*, SI-MAI Springer Series (2013) vol 2.